13.55 Um bloco de massa M repousa sobre uma superfície sem atrito e está preso a uma mola horizontal cuja constante é k. A outra extremidade da mola está presa a uma parede (Figura 13.29). Um segundo bloco de massa m repousa sobre o primeiro. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é μ_s. Ache a amplitude *máxima* da oscilação para que o bloco superior não deslize sobre o bloco inferior.

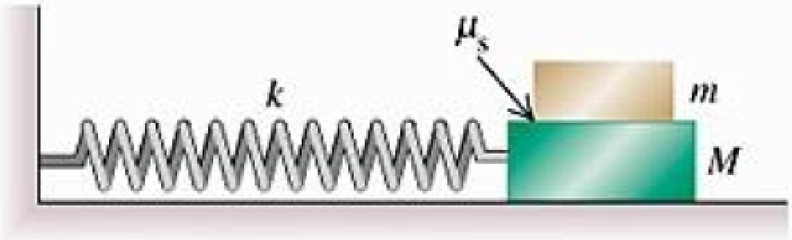


FIGURA 13.29 Problema 13.55.

13.72 Muitas molas reais podem ser esticadas mais facilmente do que comprimidas. Podemos representar este efeito usando valores diferentes para a constante da mola para $x > 0$ e para $x < 0$. Como exemplo, considere uma certa mola com a seguinte força restauradora:

$$F = \begin{cases} -kx & \text{para } x > 0, \\ -2kx & \text{para } x < 0. \end{cases}$$

Uma massa m é ligada a esta mola sobre uma superfície horizontal sem atrito. Deslocamos a massa esticando a mola até uma distância $x = A$ e a libertamos. a) Ache o período do movimento. O período depende de A? As oscilações constituem um MHS? b) Qual é o maior valor negativo de x atingido pela massa m? A oscilação é simétrica em relação ao ponto $x = 0$?

13.73 Dois cilindros homogêneos de raio R e massa total M são conectados ao longo de seu eixo comum por uma barra leve e curta e estão em repouso sobre o topo de uma mesa horizontal. Uma mola cuja constante é k possui uma extremidade presa na mesa por uma braçadeira e sua outra extremidade é ligada a um anel sem atrito no centro de massa dos cilindros (Figura 13.31). Os cilindros são puxados para a esquerda esticando a mola até uma distância x e a seguir são libertados. Existe entre o topo da mesa e os cilindros um atrito suficiente para fazer os

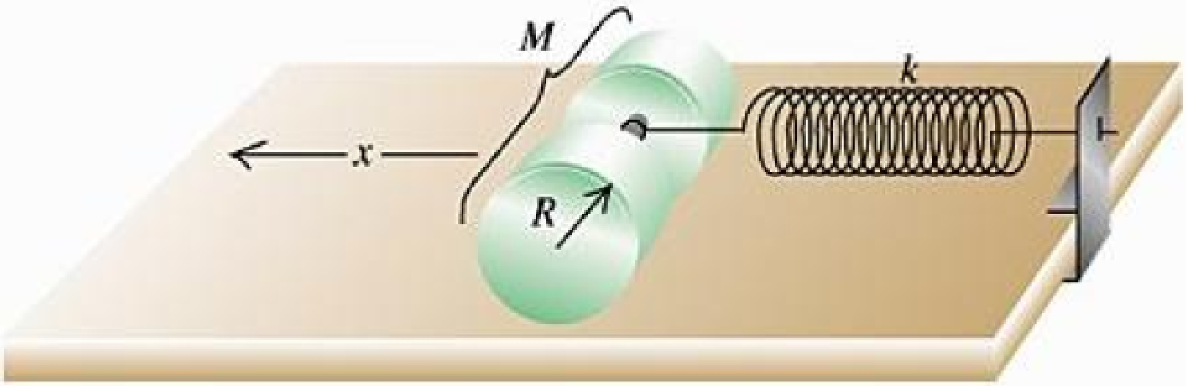


FIGURA 13.31 Problema 13.73.

cilindros rolarem sem deslizar à medida que eles oscilam na extremidade da mola. Mostre que o movimento do centro de massa dos cilindros é um MHS e calcule o seu período em termos de M e de k. (*Sugestão*: O movimento é harmônico simples quando a aceleração a e o deslocamento x são relacionados mediante a Equação (13.8) e o período é então dado por $T = 2\pi/\omega$. Aplique as relações $\sum \tau = I_{cm}\alpha$ e $\sum F = Ma_{cm}$ para os cilindros a fim de obter uma relação entre a_{cm} e x.

13.74 Uma barra metálica delgada e homogênea de massa M possui um pivô em seu centro por onde passa um eixo perpendicular à barra. Uma mola horizontal cuja constante é k possui uma extremidade presa na parte inferior da barra e sua outra extremidade está rigidamente presa a um suporte. Quando a barra é deslocada formando um ângulo Θ pequeno com a vertical (Figura 13.32) e libertada, mostre que a oscilação é um movimento harmônico angular e calcule seu período. (*Sugestão*: Suponha que o ângulo Θ seja suficientemente pequeno para que as relações $\text{sen}\,\Theta \approx \Theta$ e $\cos\Theta \approx 1$ sejam aproximadamente válidas. O movimento é harmônico simples quando $d^2\theta/dt^2 = -\omega^2\theta$ e o período é então dado por $T = 2\pi/\omega$.)

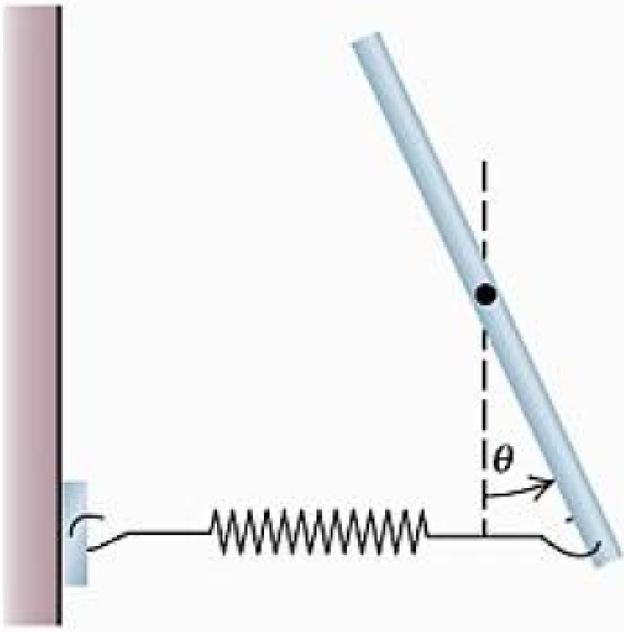


FIGURA 13.32 Problema 13.74.

13.77 Você deseja construir um pêndulo com um período de 4,00 s em um local onde $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$. a) Qual é o comprimento de um pêndulo *simples* com este período? b) Suponha que o pêndulo deve ser montado em uma caixa que não possui mais do que 0,50 m de altura. Você pode imaginar um pêndulo que possua um período de 4,00 s e que satisfaça a esta condição?

13.78 Mostre que $x(t)$ fornecido pela Equação (13.42) é uma solução da segunda lei de Newton para oscilações amortecidas, Equação (13.41), desde que ω' seja definida pela Equação (13.43).

(13.41)

$$-kx - bv = ma \qquad \text{ou} \qquad -kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

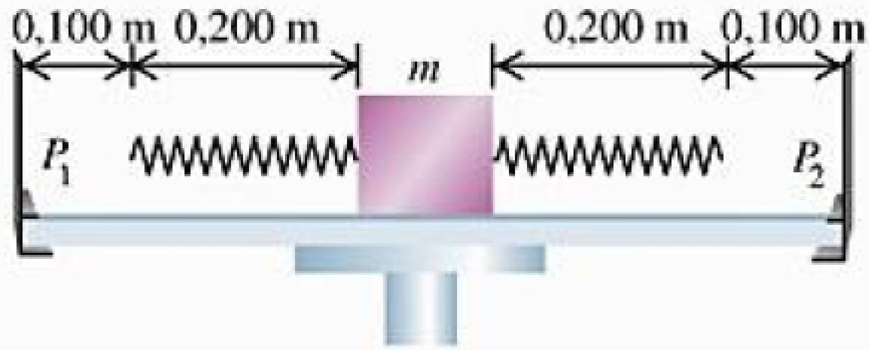
(13.42)

$$x = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega' t + \phi) \quad \text{(oscilador com amortecimento pequeno).}$$

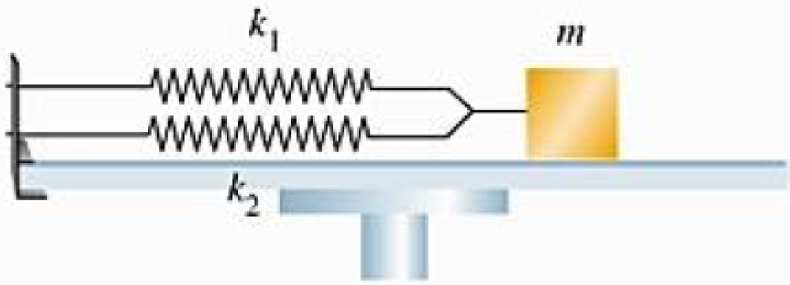
(13.43)

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad \text{(oscilador com amortecimento pequeno).}$$

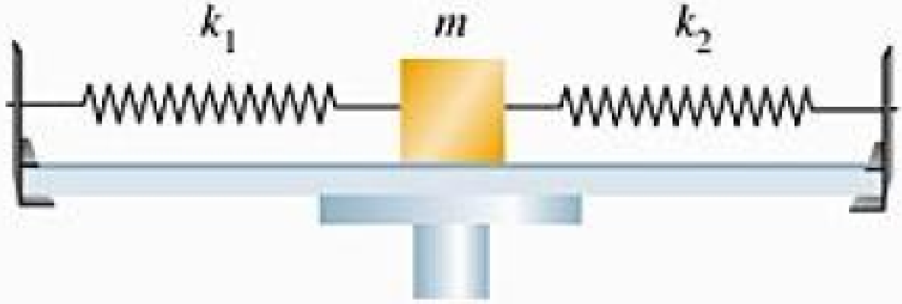
13.81 Duas molas, cada uma com um comprimento sem deformação igual a 0,200 m, porém com constantes diferentes k_1 e k_2, são ligadas às extremidades opostas de um bloco de massa m apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito. As extremidades externas das molas são agora ligadas a dois pinos P_1 e P_2 igualmente afastados de 0,100 m da extremidade externa original de cada mola (Figura 13.34). Seja k_1 = 2,00 N/m, k_2 = 6,00 N/m e m = 0,100 kg. a) Ache o comprimento de cada mola quando o bloco atinge a nova posição de equilíbrio depois da ligação das extremidades das molas aos pinos. b) Ache o período das oscilações do bloco quando ele é deslocado da nova posição de equilíbrio e a seguir libertado.



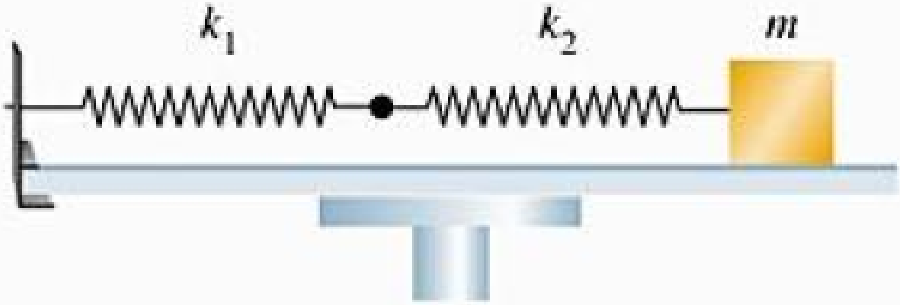
13.82 A constante elástica efetiva de duas molas. Duas molas, ambas com um comprimento sem deformação porém com constantes diferentes k_1 e k_2, são ligadas a um bloco de massa m apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito. Determine a constante efetiva da força k_{eff} para cada um dos três casos (a), (b) e (c) indicados na Figura 13.35. (A constante efetiva da força é obtida pela definição $\sum F = -k_{eff}x$.) d) Um objeto de massa m, suspenso da extremidade de uma mola cuja constante é k, oscila com uma freqüência f_1. Se a mola for cortada em duas metades e o mesmo objeto for suspenso de uma das metades, a freqüência da oscilação será f_2. Qual é a razão f_2/f_1?



(a)



(b)



(c)

13.45 O movimento de um oscilador com subamortecimento é descrito pela Equação (13.42). Considere o ângulo de fase ϕ igual a zero. a) De acordo com esta equação, qual é o valor de x para $t = 0$? b) Qual é o módulo, a direção e o sentido da velocidade para $t = 0$? O que este resultado informa sobre a inclinação do gráfico de x contra t nas vizinhanças de $t = 0$? c) Obtenha uma expressão para a aceleração a para $t = 0$. Para que valores ou intervalo de valores da constante de amortecimento b (em termos de k e de m) é a aceleração para $t = 0$ negativa, nula e positiva? Discuta cada caso em termos do gráfico de x contra t nas vizinhanças de $t = 0$.

$$x = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega' t + \phi) \quad \text{(oscilador com amortecimento pequeno).} \qquad (13.42)$$

13.8 Substitua as seguintes equações, nas quais A, ω e β são constantes, na Equação (13.4) para verificar se elas descrevem um MHS. Caso descrevam, qual é a expressão de ω em cada caso? a) $x = A$ sen $(\omega t + \beta)$. b) $x = A\omega t^2 + \beta$. c) $x = Ae^{i(\omega t + \beta)}$, onde $i = \sqrt{-1}$.

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad \text{(movimento harmônico simples).} \qquad (13.4)$$

13.87 Ressonância em um sistema mecânico. Um bloco de massa m está preso à extremidade de uma mola sem massa cuja constante é k e comprimento de equilíbrio igual a l_0. A outra extremidade da mola pode girar livremente em torno de um prego cravado em uma superfície horizontal sem atrito (Figura 13.36). O bloco gira em um círculo com uma freqüência angular de revolução ω'. a) Determine o comprimento l da mola em função de ω'. b) O que ocorre com o resultado da parte (a) quando ω' se aproxima da freqüência natural $\omega = \sqrt{k/m}$ do sistema massa-mola? (Se o resultado o incomoda, lembre que molas sem massa e superfícies sem atrito não existem, porém são aproximações de molas e superfícies reais. Também a lei de Hooke é ela própria uma aproximação do comportamento das molas reais; quanto maior for a deformação da mola, maior será o desvio da lei de Hooke.)

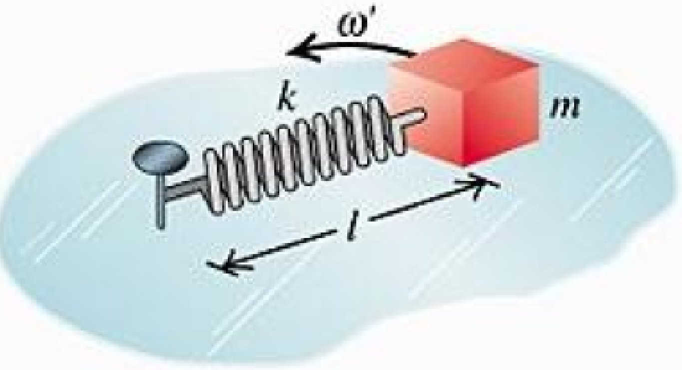


FIGURA 13.36 Problema Desafiador 13.87.