



1. (Ex. 5 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Em um barbeador elétrico a lâmina se move para frente e para trás com um curso de 2,00 mm. O movimento é harmônico simples, com frequência de 120 Hz. Determine (a) a amplitude, (b) a velocidade máxima da lâmina e (c) a aceleração máxima da lâmina.

2. (Ex. 7 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Um corpo oscila com movimento harmônico simples de acordo com a equação:

$$x = (6,12 \text{ m}) \cdot \cos[(8,38 \text{ rad/s})t + 1,92 \text{ rad}]$$

Determine (a) o deslocamento, (b) a velocidade e (c) a aceleração no instante  $t = 1,90 \text{ s}$ . Determine também (d) a frequência e (e) o período do movimento.

3. (Ex. 16 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Um tubo em U é preenchido com um líquido homogêneo. O líquido é temporariamente pressionado por um pistão em um dos lados do tubo. O pistão é removido e o nível do líquido em cada um dos lados passa a oscilar. Mostre que o período de oscilação deste movimento é  $\pi \cdot [2L/g]^{1/2}$ , onde  $L$  é o comprimento total do líquido no interior do tubo.

4. (Ex. 19 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Um estilingue grande (hipotético) é distendido de 1,53 m a fim de lançar um projeto de 130 g com velocidade suficiente para escapar da Terra (11,2 km/s - tremendamente hipotético). (a) Qual deve ser a constante elástica deste dispositivo, supondo que toda a energia potencial seja convertida em energia cinética? (b) Admita que uma pessoa normal possa exercer uma força de 220 N. Quantas pessoas seriam necessárias para distender este hipotético estilingue?

5. (Ex. 25 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Determine o comprimento de um pêndulo simples cujo período é de 1,00 s em um local onde  $g = 9,82 \text{ m/s}^2$ .

6. (Ex. 34 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Um engenheiro deseja determinar o momento de inércia de um objeto de forma bizarra, com massa igual a 11,3 kg, em torno de um eixo que passa pelo centro de massa. O objeto é pendurado por um fio que passa pelo centro de massa e apóia-se sobre o eixo desejado. A constante elástica torcional do fio é  $\kappa = 0,513 \text{ N.m}$ . O engenheiro observa que o pêndulo executa 20,0 ciclos em 48,7 s. Qual é o valor do momento de inércia do objeto?

7. (Ex. 46 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Um oscilador harmônico amortecido consiste em um bloco ( $m = 1,91 \text{ kg}$ ), uma certa mola ( $k = 12,6 \text{ N/m}$ ) e uma força amortecedora  $F = -bv_x$ . Inicialmente o bloco oscila com amplitude de 26,2 cm; por causa do amortecimento a amplitude reduz-se para três quartos deste valor inicial, após quatro ciclos completos. (a) Qual é o valor de  $b$ ? (b) Qual é a quantidade de energia dissipada durante estes quatro ciclos?

8. (Ex. 47 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Considere as oscilações forçadas de um sistema massa-mola amortecido. Mostre que na ressonância (a) a amplitude das oscilações é  $x_m = F_m/b\omega$  e (b) a velocidade máxima do bloco oscilante é  $v_m = F_m/b$ .

9. (Ex. 52 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Partindo da equação  $x_m = \frac{F_m}{G} \cos(\omega''t - \beta)$ , onde  $G = \sqrt{m^2(\omega''^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega''^2}$  e  $\beta = \cos^{-1}\left(\frac{b\omega''}{G}\right)$ , encontre a

velocidade  $v_x (= dx/dt)$  do movimento oscilatório forçado. Mostre que a amplitude da velocidade é  $v_m = F_m/[(m\omega'' - k/\omega'')^2 + b^2]^{1/2}$ .



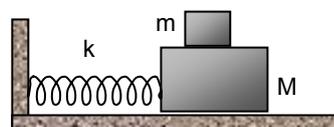
10. (Prob. 2 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

A figura ao lado mostra uma astronauta em um dispositivo de medida de massa corporal (BMMD "body mass measuring device"). Projetado para uso em veículos espaciais em órbita, sua finalidade é permitir que os astronautas possam medir suas massas nas condições de ausência de "peso aparente" do fato de estar em órbita. O BMMD consiste em uma cadeira dotada de molas. O astronauta mede o período de suas oscilações na cadeira; sua massa é obtida da expressão do período em um sistema massa-mola oscilante. (a) Sendo  $M$  a massa do astronauta e  $m$  a massa efetiva da parte do BMMD, que também oscila, mostre que  $M = (k/4\pi^2)T^2 - m$  onde  $T$  é o período de oscilação e  $k$  é a constante elástica. (b) A constante elástica do

BMMD é  $k = 605,6 \text{ N/m}$  e o período de oscilação da cadeira vazia é  $0,90149 \text{ s}$ . Calcule a massa efetiva da cadeira. (c) Com um astronauta na cadeira, o período de oscilação passa para  $2,08832 \text{ s}$ . Calcule a massa do astronauta.

11. (Prob. 3 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Dois blocos ( $m = 1,22 \text{ kg}$  e  $M = 8,73 \text{ kg}$ ) e uma determinada mola ( $k = 344 \text{ N/m}$ ) estão arranjados em uma superfície horizontal, sem atrito, conforme mostra a figura ao lado. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é de  $0,42$ . Determine a amplitude máxima possível do movimento harmônico simples para que não haja deslizamento entre os blocos.



12. (Prob. 5 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Duas molas são fixadas a um bloco de massa  $m$ , que pode deslizar sem atrito sobre uma superfície horizontal, conforme mostrado na figura ao lado. Mostre

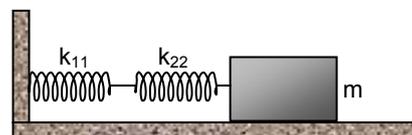


que a frequência de oscilação do bloco é  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ , onde  $f_1$  e

$f_2$  são as frequências com as quais o bloco oscilaria se fosse conectado apenas à mola 1 ou à mola 2.

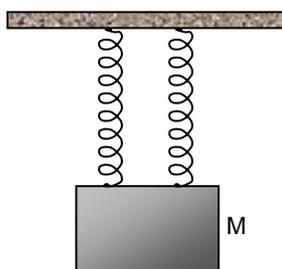
13. (Prob. 6 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Duas molas são unidas e conectadas a um bloco de massa  $m$ , conforme a figura ao lado. As superfícies são lisas (sem atrito). se as molas separadamente possuem constantes elásticas  $k_1$  e  $k_2$ , mostre que a frequência de oscilação do bloco será



$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 \cdot k_2}{(k_1 + k_2)m}} = \frac{f_1 \cdot f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}$$

( $f_1$  e  $f_2$  são as frequências com as quais o bloco oscilaria se fosse conectado apenas à mola 1 ou à mola 2.)

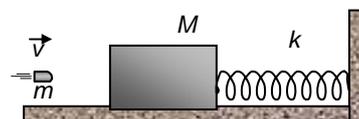


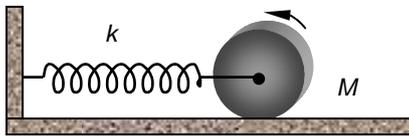
14. (Prob. 7 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Uma determinada mola de massa desprezível e constante elástica igual a  $3,60 \text{ N/cm}$ , é partida em dois pedaços iguais. (a) Qual é a constante elástica de cada pedaço? (b) Os dois pedaços, suspensos separadamente, suportam um bloco de massa  $M$ , como mostra a figura ao lado. O sistema vibra com frequência de  $2,87 \text{ Hz}$ . Calcule o valor da massa  $M$ .

15. (Prob. 11 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Um bloco de massa  $M$ , em repouso sobre uma mesa horizontal sem atrito, é fixado a um suporte rígido através de uma mola cuja constante elástica é  $k$ . Um projétil de massa  $m$  e velocidade  $v$  atinge o bloco, conforme mostra a figura ao lado; o projétil fica preso ao bloco. Determine a amplitude do movimento harmônico simples resultante, em função de  $m$ ,  $M$ ,  $v$  e  $k$ .

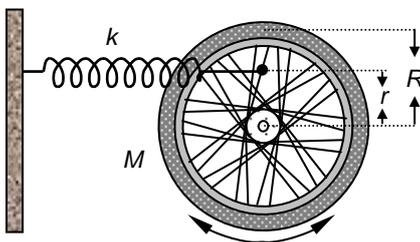
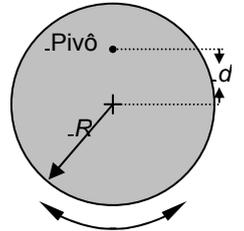




16. (Prob. 13 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)  
Um cilindro sólido está preso a uma mola horizontal sem massa, de tal modo que ele pode rolar sem deslizar sobre uma superfície horizontal, conforme mostrado na figura ao lado. A constante elástica  $k$  da mola é de 2,94 N/cm. Sabendo-se que o sistema foi abandonado do repouso na posição em que a mola está distendida de 23,9 cm, calcule as energias cinética (a) de translação e (b) de rotação do cilindro, quando este passar pela posição de equilíbrio. (c) Mostre que, nestas condições, o centro de massa do cilindro executa movimento harmônico simples com período de  $T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$  onde  $M$  é a massa do cilindro.

17. (Prob. 15 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

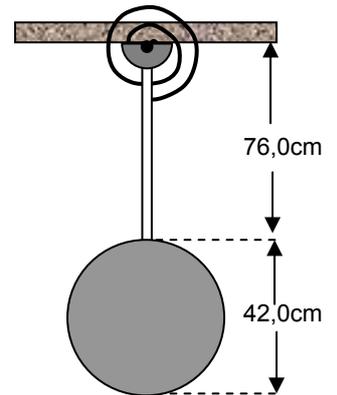
Um pêndulo físico consiste em um disco sólido uniforme de massa  $M = 563$  g e raio  $R = 14,4$  cm, mantido no plano vertical por um eixo preso a uma distância  $d = 10,2$  cm do centro do disco, conforme a figura ao lado. Desloca-se o disco de um pequeno ângulo  $\epsilon$ , em seguida, ele é liberado. Encontre o período do movimento harmônico resultante.



18. (Prob. 18 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)  
Uma roda pode girar em torno de seu eixo fixo. Uma determinada mola está presa a um de seus raios, a uma distância  $r$  do eixo. Supondo que a roda seja um aro de raio  $R$  e massa  $M$ , obtenha a frequência angular para pequenas oscilações deste sistema em função de  $M$ ,  $R$ ,  $r$  e da constante elástica da mola  $k$ . Analise os casos particulares em que  $r = R$  e  $r = 0$ .

19. (Prob. 21 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Um disco de 2,50 kg e 42,0 cm de diâmetro está suspenso por uma barra fina de 76,0 cm de comprimento, articulada no seu extremo, conforme mostrado na figura ao lado. (a) Inicialmente a mola de torção leve está desconectada. Qual é o período de oscilação? (b) A mola é então conectada de tal forma que, na condição de equilíbrio, a barra oscila em torno da posição vertical. Qual deve ser a constante elástica de torção da mola, se o período agora for 500 ms menor do que era inicialmente?

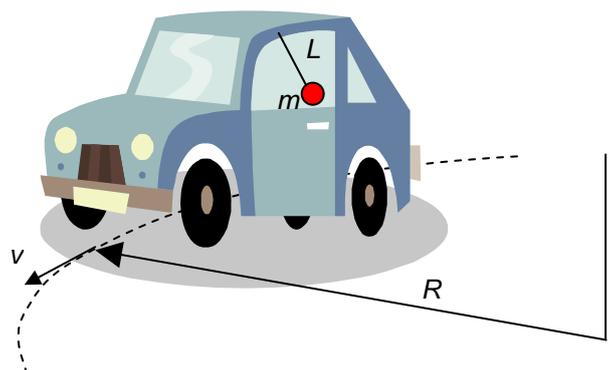


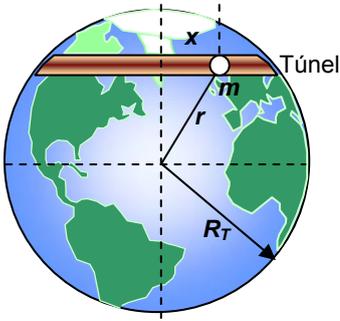
20. (Prob. 22 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Um pêndulo simples de comprimento  $L$  e massa  $m$  está preso a um carro que se move com velocidade constante  $v$  em uma trajetória circular de raio  $R$ . Qual será o período do movimento sabendo-se que o pêndulo executa pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio?

21. (Prob. 25 do Cap. 17 - Física 2 Resnick, Halliday e Krane - 5ª Edição)

Suponha que você esteja examinando as características do sistema de suspensão de um automóvel de 2000 kg. A suspensão "cede" 10 cm quando todo o peso do automóvel é colocado sobre ela, e a amplitude da oscilação diminui de 50% durante um ciclo completo. Determine os valores das constantes  $k$  e  $b$  da mola e do sistema absorvedor de choque de cada roda. Suponha que cada roda suporte 500 kg.





**22.** (Prob. 122 do Cap. 14 - Física 1 Tipler e Mosca - 5ª Edição)

Um túnel reto é escavado através da Terra, como mostra a figura ao lado. Suponha que as paredes do túnel sejam isentas de atrito. (a) A força gravitacional exercida pela Terra em uma partícula de massa  $m$  a uma distância  $r$  do centro da Terra, quando  $r < R_T$ , é  $F_r = -(GmM_T/R_T^3)r$ , onde  $M_T$  é a massa da Terra e  $R_T$  o seu raio. Mostre que a força resultante na partícula de massa  $m$  atuando a uma distância  $x$  do meio do túnel é dada por  $F_x = -(GmM_T/R_T^3)x$ , e que o movimento da partícula é um movimento harmônico simples. (b) Mostre que o período do movimento é dado por  $T = 2\pi \cdot [R_T/g]^{1/2}$  e calcule seu valor em minutos. (Esse é o mesmo período de um satélite orbitando próximo à superfície da Terra e é independente do comprimento do túnel.)

Resposta:

(a) Sendo a força gravitacional igual  $F_r = -(GmM_T/R_T^3)r$ , a sua componente segundo o eixo  $x$  será dada por:

$$F_x = F_r \cdot \sin\theta \quad \text{onde } \theta = \arcsin(x/r)$$

$$\therefore F_x = -GmM_T/R_T^3 \cdot r \cdot x/r = -(GmM_T/R_T^3)x \leftrightarrow F_x = -kx \quad \text{onde } k = GmM_T/R_T^3$$

(b)  $T = 2\pi/\omega_0$

Como  $\omega_0 = [k/m]^{1/2} = [GM_T/R_T^3]^{1/2}$  e  $g = GM_T/R_T^2 \rightarrow \omega_0 = [g/R_T]^{1/2}$

Logo:  $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi \cdot [R_T/g]^{1/2} = 2\pi \cdot [6,4 \times 10^6 \text{m}/9,8 \text{m/s}^2]^{1/2} = 5078 \text{ s} = 84 \text{ min}$

**23.** (Prob. 123 do Cap. 14 - Física 1 Tipler e Mosca - 5ª Edição)

Um oscilador harmônico amortecido tem uma frequência  $\omega'$  que é 10% menor do que uma frequência não amortecida. (a) Qual é o fator de decréscimo da amplitude de oscilação em cada oscilação? (b) De que fator a energia do sistema é amortecida durante cada oscilação?

Resposta:

(a)  $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{4m^2}} = 0,90 \cdot \omega_0 \rightarrow \omega_0^2 - \frac{b^2}{4m^2} = 0,81 \omega_0^2 \rightarrow 0,19 \omega_0^2 = \frac{b^2}{4m^2} \rightarrow \frac{b}{2m} = 0,44 \omega_0$

O período de uma oscilação é dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{0,90\omega_0}$$

Logo, como a amplitude cai na forma  $A(t) = A_0 \cdot e^{-b/2m \cdot t}$ , temos que:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{A(t) - A(t+T)}{A(t)} = 1 - e^{-\frac{b}{2m}T} = 1 - e^{-0,44\omega_0 \cdot \frac{2\pi}{0,90\omega_0}} = 0,95 = 95\%$$

(b) A energia é proporcional à amplitude ao quadrado, ou seja,  $E(t) = E_0 \cdot e^{-b/m \cdot t}$ . Logo:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{E(t) - E(t+T)}{E(t)} = 1 - e^{-\frac{b}{m}T} = 1 - e^{-0,87\omega_0 \cdot \frac{2\pi}{0,90\omega_0}} = 0,997 = 99,7\%$$

**24.** (Prob. 125 do Cap. 14 - Física 1 Tipler e Mosca - 5ª Edição)

Neste problema será determinada a expressão da potência média proporcionada por uma força de excitação a um oscilador forçado.

(a) Mostre que a potência instantânea aplicada por uma força excitadora é dada por:  $P = Fv = -A\omega F_0 \cos\omega t \sin(\omega t - \delta)$

(b) Use a identidade trigonométrica  $\sin(\theta_1 - \theta_2) = \sin\theta_1 \cos\theta_2 - \cos\theta_1 \sin\theta_2$  para mostrar que a equação obtida em (a) pode ser escrita como  $P = A\omega F_0 \sin\delta \cos^2\omega t - A\omega F_0 \cos\delta \cos\omega t \sin\omega t$

(c) Mostre que o valor médio do segundo termo do resultado de (b), em um ou mais períodos, é zero e que, por conseguinte,  $P_{\text{méd}} = \frac{1}{2} \cdot A\omega F_0 \sin\delta$

(d) A partir da equação  $\tan\delta = b\omega/[m(\omega_0^2 - \omega^2)]$  construa um triângulo retângulo no qual o lado oposto ao ângulo  $\delta$  é  $b\omega$  e o lado adjacente é  $[m(\omega_0^2 - \omega^2)]$ , e use esse triângulo para mostrar que

$$\sin\delta = \frac{b\omega}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}} = \frac{b\omega A}{F_0}$$

(e) Use o resultado de (d) para eliminar  $\omega A$  do resultado de (c), e então a potência média de entrada poderá ser escrita como

$$P_{\text{méd}} = \frac{1}{2} \frac{F_0^2}{b} \text{sen}^2 \delta = \frac{1}{2} \left[ \frac{b\omega^2 F_0^2}{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \right]$$

**25.** Um oscilador harmônico tem fator de qualidade  $Q=10$  ( $Q = \omega/(b/m)$ ). Partindo da posição de equilíbrio é-lhe comunicada uma velocidade inicial de 5 m/s. Verifica-se que a energia total do oscilador diminui numa taxa, por segundo, igual a duas vezes sua energia total instantânea. Calcule o deslocamento  $x(t)$  do oscilador (em metros) em função do tempo (em segundos).

Resposta:

$Q = 10$ , portanto se trata de um OHA. Então,

$x(t) = A \cdot e^{-b/2m \cdot t} \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$  onde

$$A = \left[ x_0^2 + \left( \frac{bx_0}{\omega} + \frac{v_0}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{e} \quad \text{tg} \varphi = \frac{x_0 \omega}{\frac{bx_0}{2m} + v_0}$$

Do problema, temos que:

$x_0 = x(0) = 0$  (parte da posição de equilíbrio)

$v_0 = v(0) = 5$  m/s (parte da posição de equilíbrio)

$$Q = \omega/(b/m) = 10 \rightarrow \omega = 20 \cdot b/m \gg b/m \rightarrow \frac{dE}{dt} \approx -\frac{b}{m} E_T = -2 \cdot E_T \rightarrow b/m = 1 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega = Q \cdot b/m = 20 \text{ rad/s}$$

$$A \approx v_0/\omega = 5 \text{ m/s} / 20 \text{ s}^{-1} = 0,25 \text{ m} \quad \text{e} \quad \text{tg} \varphi = 0 \quad x(t) = (0,25 \text{ m}) \cdot e^{-t} \text{sen}(20 \text{ s}^{-1} t)$$

**26.** Um oscilador harmônico não amortecido de massa  $m$  e frequência própria  $\omega_0$  move-se sob ação de uma força externa  $F=F_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$ , partindo da posição de equilíbrio com velocidade inicial nula. Determine o deslocamento  $x(t)$  que a massa  $m$  realiza em função do tempo.

Resposta:

Temos um OH sob ação de uma força externa harmônica. Então,

$x_1(t) = A_1 \cdot e^{-b/2m \cdot t} \text{sen}(\omega_1 t + \varphi)$  onde  $\omega_1 = [\omega_0^2 - b^2/4m^2]^{1/2}$

$$x_2(t) = A_2 \cdot \text{sen}(\omega t - \beta) \quad \text{onde} \quad A_2 = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 b^2/m}} \quad \text{e} \quad \text{tg} \beta = \frac{\omega b/m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Do problema, temos que:

$$b = 0 \text{ (não amortecido)} \rightarrow \text{tg} \beta = 0, \quad A_2 = \frac{F_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad \text{e} \quad \omega_1 = \omega_0$$

$x_0 = x(0) = 0$  m (parte da posição de equilíbrio)  $\rightarrow x(0) = x_1(0) + x_2(0) = A_1 \cdot \text{sen}(\varphi) = 0 \rightarrow \varphi = 0$

$v_0 = v(0) = 0$  m/s (velocidade inicial nula)  $\rightarrow v(0) = \omega_1 A_1 \cos \varphi + \omega A_2 = 0 \rightarrow A_1 = -\omega/\omega_1 A_2$

$$\therefore x(t) = \frac{F_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \left( \text{sen}(\omega t) - \frac{\omega}{\omega_0} \text{sen}(\omega_0 t) \right)$$